CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ ,,LAURENŢIU PANAITOPOL"
TULCEA, 1 APRILIE 2017
SUBIECTELE
CLASA a 9-a

1. Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $2|x-a|+3|x+a| = 12$ are exact două soluţii.

2. Fie n un număr natural nenul fixat. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $[x-2016]^n+[2017-x]^n = 2$, unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a numărului real a.

3. Determinaţi cel mai mic număr natural n care are proprietatea: oricum am lua n vectori $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \ldots, \overrightarrow{v_n}$ în plan, există unul dintre ei – de exemplu $\overrightarrow{v_n}$ – şi numerele reale nenegative $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ astfel încât $\overrightarrow{v_n} = x_1\overrightarrow{v_1} + x_2\overrightarrow{v_2} + \ldots + x_{n-1}\overrightarrow{v_{n-1}}$.

4. a) Se consideră numerele reale $a, b, c \in (-2, \infty)$ cu proprietatea $a+b+c = -3$. Să se arate că $\dfrac{a}{a+2} + \dfrac{b}{b+2} + \dfrac{c}{c+2} \leqslant -3$. Când are loc egalitatea?

b) Se consideră numerele reale $a, b, c \in (-\infty, -2)$ cu proprietatea $a+b+c = -9$. Să se arate că $\dfrac{a}{a+2} + \dfrac{b}{b+2} + \dfrac{c}{c+2} \geqslant 9$. Când are loc egalitatea?

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7
Timp de lucru 3 ore